(U_{2n+1}) est croissante donc $U_3 < U_{2n+1} \Rightarrow U_3 \leq \alpha$ d'où $U_3 \leq \alpha \leq U_2$.

Donc $U_3 < U_5 \leq \alpha \leq U_4 < U_2 \Rightarrow U_3 < \alpha < U_2$

Exercice 2

1)Soit (E) : $2x + 3y = 5$

*Résolution de (E)

Le couple(1 , 1) est une solution

$2x + 3y = 5 = 2.1 + 3.1 \Leftrightarrow 2(x - 1) = -3(y - 1)$, 2 et 3 sont premiers entre eux et 3 divise $2(x - 1)$ donc (théorème de Gauss) 3 divise $(x - 1)$ Par suite $x = 3k + 1$, k est un entier

On remplace x par son expression on aura : $y = -2k + 1$.

La réciproque est évident :

$S_{\mathbb{Z}x\mathbb{Z}} = \{(3k + 1 , -2k + 1) , k \in \mathbb{Z}\}$

2)n est l'âge du père en 2009

a)En 2001, $n - 8 = 2(a - 8)$ donc $n = 2a - 8$

En 2006 , $n - 3 = 3(b - 3) + 3$ donc $n = 3b - 3$ d'où :

$$\begin{cases} n = 2a - 8 \\ n = 3b - 3 \end{cases}$$

b)D'après a) : $2a - 8 = 3b - 3 \Leftrightarrow 2a - 3b = 5 = 2a + 3(-b) = 5$

donc (a , -b) est une solution de (E)

c)D'après 1) et 2)b) on en déduit que :

$a = 3k + 1$ et $b = 2k - 1$

d'où : $50 < 6k - 6 < 55$ soit $k = 10$ donc $n = 54$, $a = 31$ et $b = 19$

Exercice 3

1)a) $(1 - 2i)^2 = -3 - 4i$

b)$(1 - i)z^2 + 2z + 4i = 0$ le discriminant réduit est :

$1 - 4i(1 - i) = -3 - 4i = (1 - 2i)^2$ donc l'équation (E admet deux solutions distinctes : $z_1 = \frac{-1-1+2i}{1-i} = 1 - i$; $z_2 = \frac{-1+1-2i}{1-i} = -2$

$S_{\mathbb{C}} = \{-2 ; 1 - i\}$

Qarray.tn-Aqra Blech- Qarray.tn